

**Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Центр образования № 25 с углубленным изучением отдельных предметов»**

ПРИНЯТО

на заседании педагогического совета
МБОУЦО №25
протокол №1 от 26.08.2024 г.

УТВЕРЖДАЮ

Директор МБОУЦО № 25


Е.П.Алексеева
приказ №312-а от 27.08.2024 г.



**Рабочая программа курса внеурочной деятельности
«ОЛИМПИАДНЫЙ ЦЕНТР ПО МАТЕМАТИКЕ»**

8 класс

Пояснительная записка

Направленность: Программа курса внеурочной деятельности «Олимпиадный центр по математике» относится к научно-познавательному направлению реализации внеурочной деятельности в рамках ФГОС в соответствии с возрастными и индивидуальными особенностями детей.

Новизна: С каждым годом всё шире и шире проводятся различные математические олимпиады, конкурсы это, безусловно, повышает интерес к математике, но к олимпиадам и конкурсам надо готовить учащихся, так как ученику недостаточно знать, только то, что разобрано на уроках математики, чтобы успешно выступить на них. Математические кружки по математике являются основной формой внеклассной работы с учащимися.

Основная задача обучения математике в школе заключается в обеспечении прочного и сознательного овладения учащимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности каждому члену современного общества, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования. Наряду с решением основной задачи изучение математики на занятиях математического кружка предусматривает формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету, выявление и развитие их математических способностей: любознательность, сообразительность, интуицию, наблюдательность, настойчивость в преодолении трудностей. Решение этих задач отражено в программе курса внеурочной деятельности «Олимпиадный центр по математике»

Принципы данной программы:

1. Актуальность

Создание условий для оптимального развития одаренных детей, включая детей, чья одаренность на настоящий момент может быть еще не проявившейся, а также просто способных детей, в отношении которых есть серьезная надежда на дальнейший качественный скачок в развитии их способностей. Актуальность программы определена тем, что школьники должны иметь мотивацию к обучению математики, стремиться развивать свои интеллектуальные возможности.

2. Научность

Математика – учебная дисциплина, развивающая умения логически мыслить, видеть количественную сторону предметов и явлений, делать выводы, обобщения.

3. Системность

Программа строится от частных примеров (особенности решения отдельных примеров) к общим (решение математических задач).

4. Практическая направленность

Содержание занятий кружка направлено на освоение математической терминологии, которая пригодится в дальнейшей работе, на решение занимательных задач, которые впоследствии помогут ребятам принимать участие в школьных и районных олимпиадах и других математических играх и конкурсах.

5. Обеспечение мотивации.

Во-первых, развитие интереса к математике как науке физико-математического направления, во-вторых, успешное усвоение учебного материала на уроках и выступление на олимпиадах, конкурсах различного уровня по математике.

Педагогическая целесообразность: Программа кружка составлена в соответствии с содержанием пособия "Математический кружок" 8 класс. А.А Гусев. Основное содержание курса математики 8 класса составляет материал геометрического характера. Большая роль в данном УМК отведена решению геометрических задач. Это позволяет отчетливо выявлять логическую схему рассуждения. Поэтому материал математического кружка содержит занимательные задачи, задачи на переливание, задачи, формирующие умение логически рассуждать, применять законы логики, исторические экскурсы, математический фольклор разных стран, метод неопределённых коэффициентов и метод математической индукции и другой материал, способствующий повышению интереса к математике и развития математического мышления, познавательной активности, повышению математической культуры обучающихся.

Данная программа позволяет учащимся ознакомиться со многими интересными вопросами математики на данном этапе обучения, выходящими за рамки школьной программы, расширить целостное представление о проблеме данной науки. Решение математических задач, связанных с логическим мышлением закрепит интерес детей к познавательной деятельности, будет

способствовать развитию мыслительных операций и общему интеллектуальному развитию. Не менее важным фактором реализации данной программы является и стремление развить у учащихся умений самостоятельно работать, думать, решать творческие задачи, а также совершенствовать навыки аргументации собственной позиции по определенному вопросу.

Общие цели программы

- развитие у детей творческого мышления;
- развитие уверенности в своих способностях и творческих возможностях;
- формирование желания открывать для себя что-то новое;
- приобретение знаний и умений учащимися посредством проектирования исследовательской деятельности;
- освоение ими основных приемов исследовательской работы;
- раскрытие и развитие собственного потенциала, в создании благоприятных условий для реализации природных способностей учащегося;
- развитие высокой позитивной мотивации обучающегося.

Задачи программы

- разобрать основные виды задач практико-ориентированного содержания;
- проанализировать задачи по геометрии на построение, перекраивание и разрезание;
- научить воспитанников оперировать различными чертежными инструментами;
- познакомить учащихся с элементами теории множеств, теории вероятности, комбинаторики, логики;
- научить искусству, отличать математическое доказательство от «правдоподобных рассуждений» посредством применения логики;
- познакомиться с планиметрическими фигурами, некоторыми многогранниками и телами вращения и изучить их взаимосвязи;
- научить детей наблюдать, сравнивать, делать выводы, обобщать новый материал;
- сформировать навыки исследовательской работы при решении нестандартных задач и задач повышенной сложности;
- сформировать умения и навыки работы с научно-популярной литературой, используя различные источники информации (книги, интернет, музейные экспонаты, рассказы музейных гидов и т. д.);
- научить извлекать нужную информацию и применять ее в исследованиях и решении задач;
- познакомить ребят с разнообразием задач разных исторических периодов и разных народов мира;
- изучая историю развития математики через театрализованные постановки, развивать воображение, интеллект, самостоятельность, эрудицию и др. качества личности.

В ходе проведения занятий кружка следует обратить внимание на то, чтобы учащиеся овладели умениями обще-учебного характера, разнообразными способами деятельности, приобрели опыт:

- решения разнообразных задач из различных разделов курса, в том числе задач, требующих поиска пути и способов решения;
- исследовательской деятельности, проведения экспериментов, обобщения;
- ясного, точного, грамотного изложения своих мыслей в устной и письменной речи, использования различных языков математики (словесного, символического, графического), свободного перехода с одного языка на другой для иллюстрации, аргументации;
- поиска, систематизации, анализа, классификации информации, использования разнообразных информационных источников, включая учебную и справочную литературу, современные информационные технологии.

Контроль знаний, умений и навыков включает практические работы, игры состязания, олимпиады, математические соревнования, конкурсы.

Отличительными особенностями программы являются:

- Определение видов организации деятельности учащихся, направленных на достижение личностных, метапредметных и предметных результатов освоения программы.
- В основу реализации программы положены ценностные ориентиры и воспитательные результаты.

- Ценностные ориентации организации деятельности предполагают уровневую оценку в достижении планируемых результатов.
- Достижения планируемых результатов отслеживаются в рамках внутренней системы оценки (педагогом).

Возраст детей, участвующих в реализации данной программы – учащиеся 8 класса

Сроки реализации программы - 1 год обучения, 1 занятие в неделю (34 ч).

Формы занятий

- Беседы
- Игра, как основная форма работы
- Лабораторная работа.
- Конференция при подведении итогов исследовательской работы
- Работа с научно-популярной литературой
- Олимпиады, математические праздники, конкурсы решения задач, математические регаты.
- Фестиваль исследовательских работ

На занятиях предусматриваются следующие формы организации деятельности обучающихся:

- индивидуальная (обучающемуся дается самостоятельное задание с учетом его возможностей);
- фронтальная (работа в коллективе при объяснении нового материала или отработке определенной темы);
- групповая (разделение на группы для выполнения определенной работы);
- коллективная (выполнение работы для подготовки к олимпиадам, конкурсам).
 - интеллектуальные игры
 - творческие математические проекты
 - интернет-олимпиады
 - математические бои
 - оформление математических газет
 - знакомство с научно-популярной литературой, связанной с математикой;

Основные виды деятельности учащихся:

- решение занимательных задач;
- оформление математических газет;
- участие в математической олимпиаде, международной игре «Кенгуру»;
- знакомство с научно-популярной литературой, связанной с математикой;
- проектная деятельность
- самостоятельная работа;
- работа в парах, в группах
- творческие работы
- изготовление моделей для уроков математики

Математических кружок позволяет ученикам утвердиться в своих способностях. Особое внимание в работе кружка уделяется подготовке детей к участию в олимпиадах, в конкурсе “Кенгуру”, поэтому в содержании всей программы кружка рассматриваются задачи олимпиад прошлых лет, изучаются приемы решения олимпиадных задач, а также разбираются материалы конкурса “Кенгуру”.

Ожидаемые результаты и способы их проверки

После завершения обучения по данной программе ученики будут

ЗНАТЬ:

- о развитии науки математики в разные исторические периоды;
- о математических открытиях и изобретениях некоторых великих математиков;
- об элементах теории вероятности, теории множеств, логики;
- о свойствах геометрических фигур и их элементов;
- способы решения комбинаторных задач;
- метод «причесывания» задач;
- способы решения задач на построение;

- способ удобной замены при доказательстве неравенств;
- о существовании и значении симметрии и асимметрии в окружающем мире;

УМЕТЬ:

- использовать методику решения простейших практико-ориентированных задач и задач повышенного уровня;
- работать с различными чертежными инструментами;
- выполнять построения необходимых чертежей с помощью инструментов разного уровня сложности;
- применять различные способы решения нестандартных задач ;
- решать неопределенные уравнения ;
- доказывать неравенства;
- применять метод «крайнего» при доказательстве;
- применять различные подходы при решении комбинаторных задач;
- выполнять некоторые геометрические построения с помощью некоторых подручных средств;
- определять степень возможного выигрыша в лотерею;
- работать с различными источниками информации (книгой, интернет, научными сотрудниками, музейными экспонатами и т.д.) с дальнейшим использованием полученной информации;
- работать парами и в группе;
- работать самостоятельно.

Оценка знаний, умений и навыков обучающихся

проводится в процессе практико-исследовательских работ, опросов, выполнения домашних заданий (выполнение на добровольных условиях, т.е. по желанию и в зависимости от наличия свободного времени) и письменных работ.

Вводный контроль осуществляется в виде тестирования, чтобы выяснить уровень знаний учащихся и иметь возможность откорректировать распределение учебных часов в курсе.

Текущий контроль проводится на практико-исследовательских работах, по итогам выполнения письменных работ.

Важен контроль за изменением познавательных интересов воспитанников, в связи с чем на разных этапах обучения производятся индивидуальные беседы - об особенностях и уникальности задач народов мира.

Итоговый контроль осуществляется на олимпиадах, математических праздниках, занятиях-исследованиях, при выполнении письменных рефератов на выбранную тему, в виде индивидуальных исследовательских работ (проектов).

Содержание программы

Раздел 1. Вводное занятие. Техника безопасности при работе в кабинете математики. Правила работы с различными чертежными инструментами и инструментами ручного труда. Правила поведения в коллективе. Знакомство с коллективом. Опрос на тему «Зачем человеку нужна математика?» Беседа об этике общения в коллективе, о взаимовыручке.

Раздел 2 Алгеброический

Задача как предмет изучения в процессе обучения. Нахождение взаимосвязи между тем, что дано, и тем, что надо найти. Важность умения ставить вопросы. Различные способы записи краткого условия: таблицы, схемы, рисунки, краткие записи. Постановка вопросов к условию задачи, подбор ассоциаций, умение находить аналогии и различия в изучаемом объекте.

Оперирование вопросами при решении задач разного вида. Решение задач с помощью диофантовых уравнений. Решение неопределенных уравнений. Способ удобной замены при доказательстве неравенств.

Раздел 3. Геометрический.

Конструирование и обходы в геометрии. Знакомство с методом «причесывания» задач. Решение задач на построение. Использование базисного треугольника при решении задач на построение. Использование симметрии при решении геометрических задач. Инварианта в геометрии. Применение подобия треугольников при решении олимпиадных задач. Использование свойства медиана треугольника при решении сложных задач по геометрии.

Раздел 4. Элементы логики, теории вероятности, комбинаторики.

Использование четности, обратного хода при решении задач. Применение подсчета двумя способами при решении задач. Знакомство с соответствием, инвариантой, более сложной инвариантой.

Применение метода «крайнего», принципа Дирихле при решении олимпиадных задач. Задачи по теории вероятности, логике и комбинаторике и их роль в решении нестандартных задач, задач олимпиадного типа, конкурсных задач.

Раздел 5. Математическая практика

Решение задач с использованием математического квадрата. Участие в математической регате, математических боях. Взаимосвязь некоторых видов задач, их взаимопроникновение и различие. Выработка навыков решения определенных видов задач, отработка и применение алгоритмов для некоторых видов задач повышенной трудности.

№	Разделы программы	Тема занятия	Кол-во часов
1	Вводное занятие	Цель и задачи математического кружка. Исторический экскурс	1
2-8	Алгебраический	Неопределенные уравнения	2
		Неопределенные уравнения, применения при решении задач	2
		Что больше?	1
		Способ удобной замены при доказательстве неравенств	2
9-20	Геометрический	Клетка геометрии	1
		Конструирование и обходы	1
		Метод «причесывания» задач	1
		Задачи на построение	2
		Симметрия	1
		Инварианта в геометрии	2
		Подобие треугольников	1
		Базисный треугольник - ключ к решению задач	1
		Медиана сама по себе	2
21-32	Элементы логики, комбинаторики, теория вероятности	Четность	1
		Обратный ход	1
		Подсчет двумя способами	1
		Соответствие	1
		Доказательство от противного	1
		Инварианта 1	1
		Метод «крайнего»	1

		Принцип Дирихле	1
		Принцип узких мест	1
		Процессы и операции	1
		Более сложные инварианты	2
33-34	Математическая практика	Математическая регата	1
		Разнобой. Школьный математический бой.	2

**Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Центр образования № 25 с углубленным изучением отдельных предметов»**

ПРИНЯТО

на заседании педагогического совета

МБОУЦО №25

протокол №__ от _____ г.

УТВЕРЖДАЮ

Директор МБОУЦО № 25

_____ Е.П.Алексеева

приказ № ____ от _____ г.

**Календарно-тематическое планирование
курса внеурочной деятельности
«Олимпиадный центр по математике»
8 класс**

**Календарно-тематическое планирование курса внеурочной деятельности
по математике 8 класс**

№ п/п	Дата	Раздел, тема учебного занятия	Форма организации внеурочной деятельности	УУД				Характеристика деятельности обучающихся
				Познавательные	Коммуникативные	Регулятивные	Личностные	
1		Вводное занятие. Цель и задачи математического кружка. Исторический экскурс	Сообщение новых знаний (СНЗ)	Ставить и формулировать проблемы.	Формулировать собственные мысли, высказывать и обосновывать свою точку зрения. Планировать учебное сотрудничество.	Принимать и сохранять учебную задачу. Планировать (в сотрудничестве с учителем и одноклассниками или самостоятельно) необходимые действия, операции.	Готовность и способность к выполнению норм и требований школьной жизни, прав и обязанностей ученика . Устойчивый познавательный интерес к математике, и становление смыслообразующей функции познавательного мотива.	Групповая.
2-3		Алгебраический раздел. Неопределенные уравнения	Сообщение новых знаний (СНЗ)	•осознавать познавательную задачу; читать и слушать, извлекая нужную информацию, а также самостоятельно находить её в материалах учебников, справочников, на интернет-сайтах.	вступать в учебный диалог с учителем, одноклассниками, участвовать в общей беседе, соблюдая правила речевого поведения; •задавать вопросы, слушать и отвечать на вопросы других, формулировать собственные мысли,	самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели; •поиск и выделение необходимой информации; применение методов информационного поиска, в том числе с помощью компьютерных средств.	формировать потребность в самовыражении и самореализации, социальном признании. воспитывать оптимизм в восприятии мира.	Групповая.

4-5		Неопределенные уравнения, применения при решении задач	Применение знаний, умений (ПЗУ)	сопоставлять характеристики объектов по одному или нескольким признакам, выявлять сходство и различия объектов.	формировать навыки учебного сотрудничества в ходе индивидуальной и групповой работы	определять последовательность промежуточных цепей с учетом конечного результата, составлять план последовательности действий.	Формирование и развитие творческих способностей через активные формы деятельности	Фронтальная работа
6		Что больше?	ПЗУ	осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата.	формулировать собственные мысли, высказывать и обосновывать свою точку зрения;; планировать учебное сотрудничество.	планировать (в сотрудничестве с учителем и одноклассниками или самостоятельно) необходимые действия, операции, действовать по плану; контролировать процесс и результаты деятельности, вносить необходимые коррективы.	формирование осознанности практической значимости математических объектов; формирование позитивной самооценки.	Групповая, индивидуальная.
7-8		Способ удобной замены при доказательстве неравенств	Урок форматирования и применения знаний, умений, навыков	анализировать результаты элементарных исследований, фиксировать их результаты.	Развивать умения точно и грамотно выражать свои мысли, отстаивать свою точку зрения в процессе дискуссии.	Определять новый уровень отношения к самому себе как субъекту деятельности.	Формирование устойчивой мотивации к изучению и закреплению нового	Работа в группах
9		Геометрический раздел Клетка геометрии	СНЗ ПЗУ	владеть общим приемом решения учебных задач	формировать навыки учебного сотрудничества в ходе индивидуальной и групповой работы	удерживать цель деятельности до получения ее результата	Формирование устойчивой мотивации к индивидуальной деятельности по самостоятельно составленному плану	Групповая
10		Конструирование и обходы	СНЗ	•осознавать познавательную задачу; читать и слушать, извлекая нужную информацию, а также самостоятельно находить её в материалах учебников,	вступать в учебный диалог с учителем, одноклассниками, участвовать в общей беседе, соблюдая правила речевого поведения; •задавать вопросы, слушать и отвечать на вопросы других, формулировать	самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели; •поиск и выделение необходимой информации; применение методов информационного поиска, в том числе с помощью	формировать потребность в самовыражении и самореализации, социальном признании. воспитывать в восприятии мира.	Групповая.

				справочников, на интернет-сайтах.	собственные мысли,	компьютерных средств.		
11		Метод «причесывания» задач	СНЗ Применение знаний, умений (ПЗУ)	осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата	оформлять свою речь в устной форме работать индивидуально и в группе, находить общее решение	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные; умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности её решения	умение вести диалог на основе равноправных отношений и позитивного сотрудничества. ориентация на понимание причин успеха в учебной деятельности учебно-познавательный интерес к новому учебному материалу и способам решения новой частной задачи	Групповая, парная.
12-13		Задачи на построение	СНЗ ПЗУ	владеть общим приемом решения учебных задач	формировать навыки учебного сотрудничества в ходе индивидуальной и групповой работы	удерживать цель деятельности до получения ее результата	Формирование устойчивой мотивации к индивидуальной деятельности по самостоятельно составленному плану	Групповая
14		Симметрия	СНЗ	Формировать представление о новом использовании геометрических фигур; формирование понятий «оригаметрия», умения решать задачи с её помощью.	развитие творческих способностей и коммуникативных навыков.	совершенствовать исследовательские навыки, умение решать задачи с использованием геометрических фигур	Формирование геометрического видения решения задач	Групповая
15-16		Инварианта в геометрии	СНЗ Применение знаний, умений (ПЗУ)	осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; осуществлять контроль своей	оформлять свою речь в устной форме работать индивидуально и в группе, находить общее решение	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные; умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности её	умение вести диалог на основе равноправных отношений и позитивного сотрудничества. ориентация на понимание причин успеха в учебной	Групповая, парная.

				деятельности в процессе достижения результата		решения	деятельности учебно-познавательный интерес к новому учебному материалу и способам решения новой частной задачи	
17		Подобие треугольников	СНЗ Применение знаний, умений (ПЗУ)	Сопоставлять характеристики объектов по одному или нескольким признакам. Выявлять сходство и различия объектов	Формировать навыки учебного сотрудничества в ходе индивидуальной и групповой работы.	Определять последовательность промежуточных цепей с учетом конечного результата. Составлять план последовательности действий.	Формирование навыков Составления алгоритма выполнения задания, навыков выполнения творческого задания	Фронтальная работа С классом
18		Базисный треугольник - ключ к решению задач	СНЗ ПЗУ	осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата.	оформлять свою речь в устной форме работать индивидуально и в группе, находить общее решение .	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные; умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности её решения .	учебно-познавательный интерес к новому учебному материалу и способам решения новой частной задачи; формирование позитивной самооценки; формировать потребность в самовыражении и самореализации, социальном признании.. воспитывать оптимизм в восприятии мира.	Групповая, индивидуальная
19-20		Медиана сама по себе	СНЗ ПЗУ	осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения	оформлять свою речь в устной форме работать индивидуально и в группе, находить общее решение .	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные; умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности её решения .	учебно-познавательный интерес к новому учебному материалу и способам решения новой частной задачи; формирование позитивной самооценки; формировать потребность в самовыражении и	Групповая, индивидуальная

				результата.			самореализации, социальном признании.. воспитывать оптимизм в восприятии мира.	
21		Элементы логики, комбинаторики, теория вероятности Четность	СНЗ ПЗУ	Обобщить и систематизировать знания учащихся о правилах действий над числами Закрепить умение применять правила в процессе выполнения упражнений.	Формировать навык самостоятельной работы Содействовать формированию познавательного интереса учащихся к предмету	Развивать логическое мышление, математическую речь, вычислительные навыки. Развивать умение слушать и исправлять речь своих товарищей. Тренировать способность к рефлексии собственной деятельности	Воспитывать культуру общения, математическую речь, активность.	Групповая, индивидуальная.
22		Обратный ход	СНЗ ПЗУ	Анализ объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных). Подведение под понятия, выведение следствий. Установление причинно-следственных связей. Построение логической цепи рассуждений.	Ставить вопросы Выражать свои мысли. Планировать учебное сотрудничество.	осознанное и произвольное построение речевого высказывания в устной и письменной форме; выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий; определение основной и второстепенной информации.	составлять план решения заданной задачи, развивать логическое мышление и память; внутренняя позиция школьника на уровне положительного отношения к школе, ориентации на содержательные моменты школьной действительности и принятия образца «хорошего ученика»; ориентация на понимание причин успеха в учебной деятельности	Групповая, индивидуальная.
23		Подсчет двумя способами	СНЗ ПЗУ	ориентироваться на разнообразие способов решения задач	управлять своим поведением (контроль, сам коррекция, оценка своего действия)	формировать способность к мобилизации сил и энергии, к волевому усилию-выбору	Формирование способности к волевому усилию в преодолении трудностей	Групповая

						в ситуации мотивированного конфликта и к преодолению препятствий		
24		Соответствие	СНЗ ПЗУ	Обобщить и систематизировать знания учащихся о правилах действий над числами Закрепить умение применять правила в процессе выполнения упражнений.	Формировать навык самостоятельной работы Содействовать формированию познавательного интереса учащихся к предмету	Развивать логическое мышление, математическую речь, вычислительные навыки. Развивать умение слушать и исправлять речь своих товарищей. Тренировать способность к рефлексии собственной деятельности	Воспитывать культуру общения, математическую речь, активность.	Групповая, индивидуальная.
25		Доказательство от противного	СНЗ ПЗУ	Сформировать у учащихся основы элементарных знаний по комбинаторике; определить содержание знаний и умений учащихся по данной теме; использование знаково-символических средств, общих схем решения; выполнение логических операций сравнения, анализа, обобщения, классификации; выделять и формулировать познавательные цели, осознанно и произвольно строить свои высказывания.	умение слушать и вступать в диалог; участвовать в коллективном обсуждении проблем; воспитывать ответственность и аккуратность; выработка уверенности в собственных силах;	планировать свою деятельность в зависимости от конкретных условий; выбирать способы решения задач в зависимости от конкретных условий; развитие приемов умственной деятельности, внимания, памяти, творческой активности;	потребность в справедливом оценивании своей работы и работы одноклассников. Применение полученных знаний в практической деятельности.	Групповая.
26		Инварианта 1	СНЗ Применение знаний, умений	осознанно выбирать наиболее	оформлять свою речь в устной форме работать индивидуально	умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в	умение вести диалог на основе равноправных	Групповая, парная.

			(ПЗУ)	эффективные способы решения учебных и познавательных задач; осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата	и в группе, находить общее решение	том числе альтернативные; умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности её решения	отношений и позитивного сотрудничества. ориентация на понимание причин успеха в учебной деятельности учебно-познавательный интерес к новому учебному материалу и способам решения новой частной задачи	
27		Метод «крайнего»	ПЗУ	уметь выделить существенную информацию из текстов разных видов	поддерживать инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации	находить и формулировать учебную проблему, составлять план выполнения работы.	Формирование интереса к творческой деятельности на основе составленного плана, проекта, модели образца	Групповая .
28		Принцип Дирихле	СНЗ ПЗУ	строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы; осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач.	умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками работать индивидуально и в группе, находить общее решение .	умение соотносить свои действия с планируемыми результатами; умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований .	формировать уважение к истории математике, используя начальные геометрические сведения. формировать умение вести диалог на основе равноправных отношений и сотрудничества	Групповая, парная.
29		Принцип узких мест	СНЗ	•осознавать познавательную задачу; читать и слушать, извлекая нужную информацию, а также самостоятельно находить её в материалах	вступать в учебный диалог с учителем, одноклассниками, участвовать в общей беседе, соблюдая правила речевого поведения; •задавать вопросы, слушать и отвечать на вопросы других,	самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели; •поиск и выделение необходимой информации; применение методов информационного поиска, в том числе с	формировать потребность в самовыражении и самореализации, социальном признании. воспитывать оптимизм в восприятии мира.	Групповая.

				учебников, справочников, на интернет-сайтах.	формулировать собственные мысли,	помощью компьютерных средств.		
30		Процессы и операции	ПЗУ	уметь выделить существенную информацию из текстов разных видов	поддерживать инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации	находить и формулировать учебную проблему, составлять план выполнения работы.	Формирование интереса к творческой деятельности на основе составленного плана, проекта, модели образца	Групповая .
31-32		Более сложные инварианты	ПЗУ	выполнять учебно-познавательные действия в материализованной и умственной форме; осуществлять для решения учебных задач операции анализа, синтеза, сравнения, классификации, устанавливать причинно-следственные связи, делать обобщения, выводы.	формулировать собственные мысли, высказывать и обосновывать свою точку зрения;; планировать учебное сотрудничество.	принимать и сохранять учебную задачу; планировать (в сотрудничестве с учителем и одноклассниками или самостоятельно) необходимые действия, операции, действовать по плану; контролировать процесс и результаты деятельности, вносить необходимые коррективы.	учебно-познавательный интерес к новому учебному материалу и способам решения новой частной задачи; формировать потребность в самовыражении и самореализации, социальном признании.. воспитывать оптимизм в восприятии мира.	Групповая, парная.
33		Математическая практика Математическая регата	СНЗ ПЗУ	анализ объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных) синтез как составление целого из частей, в том числе самостоятельно достраивая, восполняя недостающие компоненты.	формулировать, аргументировать и отстаивать своё мнение; умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации, для выражения своих чувств, мыслей и потребностей; работать в парах, выполняя заданные в учебнике проекты в малых группах	•определять цель своей деятельности, планировать её, самостоятельно двигаться по заданному плану, оценивать и корректировать полученный результат.	учебно-познавательный интерес к новому учебному материалу и способам решения новой частной задачи уважение к личности и ее достоинству, формировать доброжелательное отношение к окружающим; устойчивый познавательный интерес; умение вести диалог на основе	Групповая

							равноправных отношений и взаимного уважения и принятия; умение конструктивно разрешать конфликты.	
34		Школьный математический бой.	ПЗУ	выполнять учебно-познавательные действия в материализованной и умственной форме; осуществлять для решения учебных задач операции анализа, синтеза, сравнения, классификации, устанавливать причинно-следственные связи, делать обобщения, выводы.	формулировать собственные мысли, высказывать и обосновывать свою точку зрения;; планировать учебное сотрудничество.	принимать и сохранять учебную задачу; планировать (в сотрудничестве с учителем и одноклассниками или самостоятельно) необходимые действия, операции, действовать по плану; контролировать процесс и результаты деятельности, вносить необходимые коррективы.	учебно-познавательный интерес к новому учебному материалу и способам решения новой частной задачи; формировать потребность в самовыражении и самореализации, социальном признании.. воспитывать оптимизм в восприятии мира.	Групповая, парная.

Приложение

РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Оборудование для занятий в кабинете: учительский стол, ученические столы, стулья, листы бумаги, маркеры, карандаши и ручки, мультимедиа

Учебно-методическое обеспечение: часть занятий нужно проводить, используя схемы - конспекты. Во-первых, это позволяет сделать ознакомление с материалом более эффективным, т.к. не всегда материал, излагаемый устно, понимается и усваивается по ходу объяснения. Во - вторых, наиболее важные моменты ученик сможет ещё раз вспомнить дома, что также улучшает закрепление материала.

Для проведения занятий по определенным темам изготавливаются наглядные пособия (схемы, таблицы), раздаточный и дидактический материал. Для учебных и практических занятий учащимся требуется тетрадь для записей.

1. Пособия для учителя:

1. Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5-9 классы: проект. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2020. – (Стандарты второго

поколения).

2. Агаханов Н.Х. и др. «Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993-2006» М., издательство МЦНМО, 2017;
3. Блинков А.Д., Горская Е.С., Гуровиц В.М. «Московские математические регаты», М. издательство МЦНМО, 2017;
4. Бородуля И.Г. «Тригонометрические уравнения и неравенства», М, «Просвещение», 2017.
5. Генкин С.А. и др. «Ленинградские математические кружки», Киров, 2019;
6. Гусев Д.А., Удивительная логика, М, ЭНАС, 2020;
7. Игнатъев Е.И. В царстве смекалки. – М., 2020;
8. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К., «Как решают нестандартные задачи», М. издательство МЦНМО, 2019;
9. Кноп К.А. «Взвешивания и алгоритмы: от головоломок к задачам» М, издательство МЦНМО, 2017;
10. Мерзон Г.А., Яценко И.В., «Длина, площадь, объем. (6-11 кл.)», М, издательство МЦНМО, 2017;
11. Сергей Федин «Логические задачи для юного сыщика»-М. Айрис-Пресс, 2020;
12. Смирнова Е.С. «Интеллектуальный театр в школе 5-11 класс», М., УЦ «Перспектива», 2018
13. Спивак А.В. «Математический кружок 6-7 кл.», М, издательство МЦНМО, 2020;
14. Том Тит «Научные развлечения», издательский Д Мещерякова 2021;
15. Фарков А.В. «Внеклассная работа по математике» 5-11 кл, М, Айрис-Пресс, 2019;
16. Харламова Л.Н., элективные курсы, «Математика 8-9 кл. Самый простой способ решения непростых неравенств», Волгоград,
17. Гусев А.А. «Математический кружок 8 класс» Москва, Мнемозина 2018

II. Пособия для учеников:

1. Абдрашитов Б. М. и др. Учитесь мыслить нестандартно. – М.: Просвещение, 2020.
2. Александрова Э., Левшин В. В лабиринте чисел. – М.: Детская литература, 1977.
3. Александрова Э., Левшин В. Стол находок утерянных чисел. – М.: Детская литература, 1988.
4. Конфорович А.Г. Математическая мозаика. – Киев: Вища школа, 1982.
5. Кордемский Б.А., Ахадов А.А. Удивительный мир чисел. – М.: Просвещение, 2021.
6. Кордемский Б.А. Великие жизни в математике. – М.: Просвещение, 1999.
7. Ленгдон Н., Снейп Ч. С математикой в путь. – М.: Педагогика, 1987.
8. Лоповок Л.М. Тысяча проблемных задач по математике. – М. 1999.
9. Перевертень Г.И. Самоделки из бумаги. – М.: Просвещение, 1983.
10. Перли Б.С., Перли С.С. Москва и ее жители. – М.: Просвещение, 1997.
11. Пойя Д. Как решать задачу? – М.: Педагогика, 2015.

III. Информационно-методическая и Интернет-поддержка:

1. Журнал «Математика в школе».
2. Приложение «Математика», сайт www.prosv.ru (рубрика «Математика»).
3. Интернет-школа Просвещение, ru.
4. Каталог образовательных ресурсов сети Интернет: <http://catalog.iot.ru/>
5. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов: <http://school-collection.edu.ru/>
6. Российский образовательный портал: <http://www.school.edu.ru>
7. Информационный образовательный портал: <http://www.rusedu.ru/top.html>

8. Всё для учителя: <http://www.uroki.net/>
9. Учительский портал: <http://www.uchportal.ru/>
10. Наука в Рунете: <http://elementy.ru/runet>.
11. Олимпиады и конкурсы: <http://vot-zadachka.ru/>
12. Математика онлайн: <http://www.matematika-na.ru/>
13. <http://www.spheres.ru/> Сайт издательства «Просвещение» Сферы.
14. <http://karmanform.ucoz.ru> Карман для математика.
15. Министерство образования РФ: <http://www.informika.ru/>; <http://www.ed.gov.ru/>; <http://www.edu.ru/>.
16. Тестирование online: 5–11 классы: <http://www.kokch.kts.ru/cdo/>.
17. Педагогическая мастерская, уроки в Интернет и многое другое: <http://teacher.fio.ru>, <http://www.zavuch.info/>, <http://festival.1september.ru>,
<http://school-collection.edu.ru>, <http://www.it-n.ru>, <http://www.prosv.ru>.
18. Новые технологии в образовании: <http://edu.secna.ru/main/>.
19. Путеводитель «В мире науки» для школьников: <http://www.uic.ssu.samara.ru/~nauka/>.
20. Мегаэнциклопедия Кирилла и Мефодия: <http://mega.km.ru>.
21. Сайты «Мир энциклопедий»: <http://www.rubricon.ru/>; <http://www.encyclopedia.ru>.

IV. Электронные ресурсы:

1. CD «1С: Репетитор. Математика» (КиМ);
2. Электронное пособие «Математика 5-6»: серия «Все задачи школьной математики», версия для школьников. Интерактивная линия. Просвещение – МЕДИА, 2019.
3. Математика. Арифметика. Геометрия. 8 класс. Электронное приложение к учебнику Е.А. Бунимовича. – М.: Просвещение, 2020. (Сферы).

V. Наглядные и технические средства обучения

1. Компьютер.
2. Проектор.
3. Раздаточный и дидактический материал.

VI. Для обеспечения плодотворного учебного процесса предполагается использование информации и материалов дополнительных пособий:

- для учащихся:

1. Энциклопедия. Я познаю мир. Великие ученые. – М.: ООО «Издательство АСТ», 2017.
2. Энциклопедия. Я познаю мир. Математика. – М.: ООО «Издательство АСТ», 2019.
3. Математика. Справочник // О. Ю. Черкасов, А. Г. Якушев. – М.: АСТ-ПРЕСС ШКОЛА, 2019.
4. Кроссворды для школьников. Математика // В. Г. Мантуленко, О. Г. Гетманенко. – Ярославль: Академия развития, 1998.

5. Энциклопедия для детей. Математика. Т. 11. – М., 1998.

- для учителя:

1. Задачи по математике для любознательных // Д. В. Клименченко. – М.: Просвещение, 2017.
2. Математические диктанты для 5–9 классов // Е. Б. Арутюнян. – М., 1995.
3. Олимпиадные задания по математике: 5–8 классы // Н. В. Заболотнева. – Волгоград: Учитель, 2019.
4. 20 тестов по математике: 5-6 классы // С.С. Минаева. – М.: Издательство «Экзамен», 2019.
5. Интеллектуальный марафон в 5-11 классах: Задания и ответы: практическое пособие для педагогов // сост. Т. А. Жарская, Н. В. Мартусевич, А. И. Михновец. – Мозырь: Белый Ветер, 2019.
6. Математический праздник // А. В. Спивак. – М.: Бюро Квантум, 2019.
7. Тысяча и одна задача по математике // А. В. Спивак. – М.: Просвещение, 2019.

Диагностика

Карточка индивидуального развития ребенка

Фамилия, имя _____

Возраст _____

Название детского объединения _____

Педагог _____

Дата начала наблюдения _____

Качества	Оценка качеств (в баллах) по времени		
	Исходное состояние	Через полгода	Через год
Мотивация к занятиям			
Познавательная нацеленность			
Творческая активность			
Коммуникативные умения			
Коммуникабельность			
Достижения			

Критерии оценки развития ребенка

«2»	«3»	«4»	«5»
Мотивация к занятиям			
Неосознанный интерес, навязанный извне или на уровне любознательности. Мотив случайный, кратковременный. Не добивается конечного результата.	Мотивация неустойчивая, связанная с результативной стороной процесса. Интерес проявляется самостоятельно, осознанно.	Интерес на уровне увлечения. Устойчивая мотивация. Проявляет интерес к проектной деятельности.	Четко выраженные потребности. Стремление глубоко изучить предмет как будущую профессию. Увлечение проектной деятельностью.
Познавательная активность			
Интересуется только технологическим процессом. Полностью отсутствует интерес к теории. Выполняет знакомые задания.	Увлекается специальной литературой по направлению детского объединения. Есть интерес к выполнению сложных заданий.	Есть потребность в приобретении новых знаний. По настроению изучает дополнительную литературу. Есть потребность в выполнении сложных заданий.	Целенаправленная потребность в приобретении новых знаний. Регулярно изучает дополнительную специальную литературу. Занимается исследовательской деятельностью.
Творческая активность			
Интереса к творчеству, инициативу не проявляет. Не испытывает радости от открытий. Отказывается от поручений, заданий. Нет навыков самостоятельного решения проблем.	Инициативу проявляет редко. Испытывает потребность в получении новых знаний, в открытии для себя новых способов деятельности, но по настроению. Проблемы решать способен, но при помощи педагога.	Есть положительный эмоциональный отклик на успехи свои и коллектива. Проявляет инициативу, но не всегда. Может придумать интересные идеи, но часто не может оценить их и выполнить.	Вносит предложения по развитию деятельности объединения. Легко и быстро увлекается творческим делом. Обладает оригинальным мышлением, богатым воображением, развитой интуицией, гибкостью мышления, способностью к рождению новых идей.
Коммуникативные умения			
Не умеет высказать свою мысль, не корректен в общении.	Не проявляет желания высказать свои мысли, нуждается в побуждении со	Умеет формулировать собственные мысли, но не поддерживает разговора,	Умеет формулировать собственные мысли, поддерживать собеседника

	стороны взрослых и сверстников.	не прислушивается к другим.	убеждать оппонента.
Коммуникабельность			
Не требователен к себе, проявляет себя в негативных поступках.	Не всегда требователен к себе, соблюдает нормы и правила поведения при наличии контроля, не участвует в конфликтах.	Соблюдает правила культуры поведения, старается улаживать конфликты.	Требователен к себе и товарищам, стремится проявить себя в хороших делах и поступках, умеет создавать вокруг себя комфортную обстановку, дети тянутся к этому ребёнку.
Достижения			
Пассивное участие в делах кружка.	Активное участие в делах кружка.	Значительные результаты	Значительные результаты на уровне города, округа, области.

Задачи на четность

Задача 1. В магазин "Все для собак и кошек" привезли новые игрушки. Могут ли десять игрушек ценой в 3, 5 или 7 рублей стоить в сумме 53 рубля?

Решение. Сумма четного количества нечетных чисел четна. У нас есть 10 чисел (цена одной игрушки), все они нечетные, значит их сумма должна быть четна. Но 53 - число нечетное, поэтому получить его в виде суммы 10 нечетных чисел нельзя.

Задача 2. Хозяйка купила общую тетрадь объемом 96 листов и пронумеровала все ее страницы по порядку числами от 1 до 192. Щенок Антошка выгрыз из этой тетради 25 листов и сложил все 50 чисел, которые на них написаны. Могло ли у него получиться 1990?

Решение: На каждом листе сумма номеров страниц нечетна, а сумма 25 нечетных чисел – нечетна.

Задача 3. У Антоши было 5 плиток шоколада. Может ли Антоша, поделив каждую плитку на 9, 15 или 25 кусочков, получить всего 100 кусков шоколада?

Ответ. Нет, т.к. если сложить 5 нечетных чисел, получим нечетный результат. А 100 четно.

Задача 4. На плоскости расположено 9 шестеренок, соединенных по цепочке (первая со второй, вторая с третьей ... 9-я с первой). Могут ли они вращаться одновременно?

Решение: Нет, не могут. Если бы они могли вращаться, то в замкнутой цепочке чередовалось бы два вида шестеренок: вращающиеся по часовой стрелке и против часовой стрелки (для решения задачи не имеет никакого значения, в каком именно направлении вращается первая шестеренка !) Тогда всего должно быть четное число шестеренок, а их 9 штук?! ч.и.т.д. (знак "?!" обозначает получение противоречия)

Задача 5. Четна или нечетна сумма всех натуральных чисел от 1 до 17?

Решение.

Из 17 натуральных чисел 8 четных:

2,4,6,8,10,12,14,16, остальные 9 нечетны. Сумма всех этих четных чисел четна (свойство 3), сумма нечетных нечетна (свойство 5).

Тогда сумма всех 17 чисел нечетна как сумма четного и нечетного чисел (свойство 4).

Ответ: нечетна.

Задача 6. В пятиэтажном доме с четырьмя подъездами подсчитали число жителей на каждом этаже и, кроме того, в каждом подъезде. Могут ли все полученные 9 чисел быть нечетными?

Решение.

Обозначим число жителей на этажах соответственно через a_1 a_2 a_3 a_4 , a_5 , а число жителей в подъездах соответственно через b_1 b_2 b_3 b_4 . Тогда общее число жителей дома можно подсчитать двумя способами — по этажам и по подъездам:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = b_1 + b_2 + b_3 + b_4.$$

Если бы все эти 9 чисел были нечетными, то сумма в левой части записанного равенства была бы нечетной, а сумма в правой части — четной. Следовательно, это невозможно.

Ответ: не могут.

Задача 7. Четно или нечетно произведение $(7a + b - 2c + 1)(3a - 5b + 4c + 10)$, где числа a , b , c — целые?

Решение. Можно перебирать случаи, связанные с четностью или нечетностью чисел a , b и c (8 случаев!), но проще поступить иначе.

Сложим множители:

$$(7a + b - 2c + 1) + (3a - 5b + 4c + 10) = 10a - 4b + 2c + 11.$$

Так как полученная сумма нечетна, то один из множителей данного произведения четен, а другой нечетен. Следовательно, само произведение четно.

Ответ: четно.

Задача 8. Щенок Антошка нацарапал на доске: $1*2*3*4*5*6*7*8*9 = 33$, причем вместо каждой звездочки он поставил либо плюс, либо минус. Филя переправил несколько знаков на противоположные и в результате вместо числа 33 получил число 32. Верно ли, что по меньшей мере один из щенков ошибся при подсчете?

Решение.

Если все звездочки заменить на плюсы, то полученная сумма будет нечетной, а, следовательно, и данная сумма — тоже. Поэтому по меньшей мере ошибся Филя.

Ответ: верно.

А теперь основные идеи четности: (!) Все эти идеи можно на олимпиаде вставлять в текст решения задачи.

1. Если в некоторой замкнутой цепочке чередуются объекты двух видов, то их четное число (и каждого вида поровну).
2. Если в некоторой цепочке чередуются объекты двух видов, а начало и конец цепочки разных видов, то в ней четное число объектов, если начало и конец одного вида, то нечетное число. (четное число объектов соответствует нечетному числу переходов между ними и наоборот !)
- 2'. Если у объекта чередуются два возможных состояния, а исходное и конечное состояния различны, то периодов пребывания объекта в том или ином состоянии - четное число, если исходное и конечное состояния совпадают - то нечетное.
3. Обратно: по четности длины чередующийся цепочке можно узнать, одного или разных видов ее начало и конец.
- 3'. Обратно: по числу периодов пребывания объекта в одном из двух возможных чередующихся состояний можно узнать, совпадает ли начальное состояние с конечным.
4. Если любые предметы можно разбить на пары, то их количество четно.
5. Если нечетное число предметов почему-то удалось разбить на пары, то какой-то из них будет парой к самому себе, причем такой предмет может быть не один (но их всегда нечетное число).

6. Юный математик Петя сложил сумму двух целых чисел и их произведение. Он утверждает, что у него получилось число 56792. Возможно ли такое, если известно, что хотя бы одно из исходных чисел нечетно?

Решение. Обозначим исходные числа A и B . Очевидно, возможно 4 варианта:

- A и B - четные числа (но этот случай в задаче не рассматривается),
- A и B - нечетные числа,
- A четно, а B нечетно,
- A нечетно, B четно.

В принципе, два последних случая можно было бы безболезненно объединить, но для нас это сейчас несущественно. В предыдущем пункте мы выяснили все, что касается четности суммы и произведения. А теперь давайте составим таблицу. В

первых двух колонках укажем четность чисел А и В, в 3-й колонке - четность суммы, в 4-й четность произведения, в 5-й - четность итогового числа.

A	B	A+B	AB	(A+B) + AB
Ч	Ч	Ч	Ч	Ч
Н	Н	Ч	Н	Н
Ч	Н	Н	Ч	Н
Н	Ч	Н	Ч	Н

Во всех случаях (кроме первого) получаем **нечетный** результат!

Между прочим, наш юный друг Петя утверждает, что получил четное число. Мы доказали, что это невозможно. Петя ошибся.

Задание 7. Юный математик Маша умножила произведение двух целых чисел на их сумму. Она утверждает, что получилось число 89999719. Права ли Маша?

Задание 8. Юный математик Петя утверждает, что при сложении двух целых чисел получил 927, а при умножении - 6321. Возможно ли такое? Объясните ваш ответ.

Медиана сама по себе

Задачи для самостоятельного решения

1. В равнобедренном треугольнике основание равно $\sqrt{21}$, угол при основании 30° . Найти длину медианы, проведенной к боковой стороне.

Ответ: 3,5.

2. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 6 см, боковые стороны AB и BC равны 5 см. Найти расстояние между точкой пересечения медиан и точкой пересечения биссектрис треугольника.

Ответ: $\frac{1}{6}$ см.

3. Медиана, проведенная к одной из боковых сторон равнобедренного треугольника, делит периметр треугольника на две части длиной 15 см и 6 см. Найти длины сторон треугольника.

Ответ: 10 см; 10 см; 1 см.

4. В прямоугольном треугольнике медианы, проведенные к катетам равны $\sqrt{52}$ и $\sqrt{73}$. Найти длину гипотенузы этого треугольника.

Ответ: 10.

5. Медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, разбивает его на два треугольника с периметрами 16 и 18. Тогда длина гипотенузы равна...

Ответ: 10.

6. Основание треугольника равно 26. Медианы боковых сторон равны 30 39. Площадь этого треугольника равна...

Ответ: 720.

7. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 4, медиана, проведенная к боковой стороне, равна 3. Основание этого треугольника равно...

Ответ: $\sqrt{10}$.

8. В треугольнике ABC медиана AD и биссектриса BE перпендикулярны и пересекаются в точке F, известно что площадь треугольника DEF равна 5. Тогда площадь треугольника ABC равна...

Ответ: 60.

9. В треугольнике ABK точки K и N – середины сторон AB и AC соответственно. Через вершину B проведена прямая, которая пересекает сторону AC в точке F , а отрезок KN в точке L так, что $KN:LN=3:2$. Определить площадь четырехугольника $AKLF$, если площадь треугольника ABC равна 40.

Ответ: 9.

10. Стороны треугольника равны 3, 4 и 5. Определить площади треугольников, на которые разбивается данный треугольник высотой и медианой, проведенными к большей по величине стороне.

Ответ: 2, 16; 3; 0,84

11. На медиане BD треугольника ABC , площадь которого равна S , взята точка E так, что $DE = \frac{1}{4}BD$. Через точку E проведена прямая AE , пересекающая сторону BC в точке P . Найти площадь треугольника APC .

Ответ: $\frac{2}{5}S$.

12. Точка K делит медиану AD треугольника ABC в отношении 3:1, считая от вершины. В каком отношении прямая, проходящая через точки B и K делит площадь треугольника ABC ?

Ответ: 3:2.

13. В треугольнике ABC AD – медиана. В каком отношении отрезок AD делится прямой, параллельной стороне AB и отсекающей от треугольников ADC и ABD треугольники одинаковой площади?

Ответ: $\sqrt{2}$.

14. В треугольнике ABC проведены биссектриса AL , высота BH и медиана CM . Оказалось, что углы CAL , ABH и BCM равны между собой. Найдите угол BAC .

Ответ: 60° .

15. В треугольнике ABC проведены биссектриса AL, высота ВН и медиана CM. Оказалось, что углы CAL, АВН и ВСМ равны между собой. Найдите

минимальное возможное значение угла ABC.

Ответ: 30° .

16. В треугольнике ABC проведены биссектриса AL, высота ВН и медиана CM. Оказалось, что углы CAL, АВН и ВСМ равны между собой. Найдите

максимальное возможное значение угла ACB.

Ответ: 90° .

17. Найти углы треугольника, если известно, что медиана, биссектриса и высота, проведенные из вершины C, делят угол на четыре равные части.

Ответ: $\frac{\pi}{8}$; $\frac{3\pi}{8}$; $\frac{\pi}{2}$.

18. Найти угол при вершине равнобедренного треугольника, имеющего наибольшую площадь при заданной постоянной длине медианы, проведенной к его боковой стороне.

Ответ: $\arccos \frac{4}{5}$.

19. В треугольнике ABC точка M – середина стороны AC, а H – точка на стороне BC такая, что AH – высота этого треугольника. Найти величину угла ABC, если известно, что центр описанной окружности треугольника ABC лежит на отрезке MH.

Ответ: 45° .

20. Длины двух медиан треугольника 2 и 3. В каких пределах может изменяться длина третьей? При каком её значении площадь треугольника максимальна? Каково при этом значение площади S?

Ответ: $(1;5)$; $\sqrt{13}$; 4.

Математическая регата 8 класс.

Первый тур (10 минут; каждая задача – 6 баллов).

1.1. Вычислите (не используя микрокалькулятор): $\sqrt{2009 \cdot 2011 + 1}$.

1.2. Определите вид четырехугольника, в котором каждая диагональ разбивает его на два прямоугольных треугольника. Ответ объясните.

1.3. С полудня до полуночи Кот Ученый спит под дубом, а с полуночи до полудня рассказывает сказки. На дубе он повесил плакат: «Через час я буду делать то же самое, что делал два часа назад». Сколько часов в сутки эта надпись верна?

Второй тур (15 минут; каждая задача – 7 баллов).

2.1. Найдите предпоследнюю цифру в десятичной записи числа $S = 2009^{2008} + 2009^{2009}$.

2.2. В треугольнике ABC длины сторон попарно различны. На сторонах AB и AC угла BAC выбираются точки M и N соответственно так, что $AM = AC$ и $AN = AB$. Отрезок MN пересекается со стороной BC в точке A_1 . Аналогично, на сторонах угла ABC выбираются точки K и L так, что $BK = BC$ и $BL = BA$, B_1 – точка пересечения KL и AC . Точка C_1 на стороне AB также определяется аналогично. Докажите, что прямые AA_1 , BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке.

2.3. Имеются три слитка с массами 1, 2 и 3 кг. Процентные содержания золота в разных слитках – различны (но неизвестны). Каждый слиток надо разделить на три части и изготовить из них три новых слитка с теми же массами 1, 2 и 3 кг так, чтобы процентное содержание золота во всех новых слитках стало бы одинаковым (независимо от того, каким оно было в исходных кусках). Объясните, как это можно сделать.

Третий тур (20 минут; каждая задача – 8 баллов).

3.1. Разложите число $2^{202} + 1$ на два множителя, каждый из которых не меньше миллиона.

3.2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC биссектриса BL вдвое больше высоты AD . Найдите углы треугольника.

3.3. После окончания учебного года Миша решил вырвать из своего учебника математики все листы, на каждом из которых сумма номеров страниц (на обеих сторонах листа) является квадратом целого числа, а Гриша собрался удалить все листы, для которых эта же сумма является кубом целого числа. Кто из них нанесет учебнику больший ущерб?

Четвертый тур (25 минут; каждая задача – 9 баллов).

4.1. Сравните x и z , если известно, что $x + yzt = y + ztx = z + txy = t + xyz$ и $x > y, z > t$.

4.2. В треугольнике ABC медиана AM равна высоте BH . Кроме того, равны углы MAB и HBC . Докажите, что треугольник ABC – равносторонний.

4.3. Найдите все натуральные числа, которые можно представить в виде суммы двух взаимно простых чисел, отличных от 1.

Доказательство неравенств

Задания по теме для самостоятельного решения

Задание 1

(2 балла)

На сколько одно из положительных чисел больше другого, если их среднее арифметическое равно $3\sqrt{2}$, а среднее геометрическое равно $\sqrt{2}$? Ответ запишите числом.

Задание 2

(3 балла)

Дано неравенство $\frac{4}{(a+b)^2} \leq X$

Найдите наименьшее целое значение X .

Задание 3

(5 баллов)

$x^2 + 4y^2 - 4xy + 2x - 4y + A > 0$. Найдите наименьшее целое A .

Подсказка: выделите полный квадрат для трех слагаемых и учтите, что знак неравенства строгий.

Инварианта в геометрии

Плоскость двух параметров для квадратного трехчлена.

(Шноль + Калинов)

Возьмем приведенное квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$, на плоскости параметров $(p; q)$ ему соответствует точка. Интересно найти множества точек на $(p; q)$ таких, что квадратные трехчлены, которые им соответствуют, обладают одинаковыми свойствами (имеют корни, корни одного знака и так далее). Также можно рассмотреть и другие плоскости, например $(x_1; x_2)$.

ГМТ про площади

(Сгибнев + Николаев)

В треугольнике есть такая точка M , что площади треугольников ABM , BCM и ACM равны. Что это за точка? А есть ли еще на плоскости точки, обладающие таким свойством? В каких четырехугольниках и других фигурах существует аналогичная точка?

Шаблон треугольника

(Шноль + Николаев)

Нарисован некий неравнобедренный треугольник. Из картона вырезан другой такой же треугольник. Что можно построить с помощью этого треугольника-шаблона путём наложений на исходный (биссектрисы, медианы, и т.д.)?

Периоды

(Сгибнев)

Для числа $1/7$ разложение в десятичную дробь периодично и состоит из шести цифр, а для $2/7$, $3/7$, ..., $6/7$ — из тех же шести цифр в другом порядке (проверьте!). А вот для числа $1/13$ и $2/13$ наборы цифр разные. Исследуйте разложения этих чисел и чисел вида $1/p$, $2/p$, ..., $(p-1)/p$, для $p = 17, 19, 41, 47$ и другим простым числам, и разберитесь, какие бывают циклы.

Восстановление многоугольника по серединам сторон

(Шноль)

На доске нарисовали треугольник, отметили середины сторон, потом треугольник стёрли. Как восстановить треугольник? Сколькими способами? Та же задача для четырёхугольника и пятиугольника.

Разные определения чисел Каталана

(Сгибнев + Николаев)

Существует замечательная последовательность чисел, называемых числами Каталана. Существует несколько сотен определений и способов получения этих чисел. Предлагается рассмотреть некоторые из них и доказать их эквивалентность.

Нелегкие задачи

Крылатые квадраты

(Шноль + Левин)

Какие простые числа представимы в виде суммы двух квадратов? Эта короткая по формулировке задача Ферма-Эйлера легла в основу теории чисел.

Треугольники в разных системах координат

(Сгибнев)

Рассмотрим множество треугольников, для которых радиус описанной окружности

$R = 1$. Пусть r - радиус вписанной окружности, а p - полупериметр треугольника.

Изобразите множество всех таких треугольников на плоскости (r, p) .

Изобразите на нём различные семейства треугольников (равнобедренные, прямоугольные и т.д.).

Диофантово уравнение А.А. Маркова

(Шноль + Николаев)

Решить уравнение в целых числах: $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$.

Это уравнение возникло в знаменитых работах А.А. Маркова по теории чисел, причём он смог решить его, пользуясь средствами только школьной математики. Несколько его решений очевидны, например $(1, 1, 1)$, $(1, 1, 2)$ или $(1, 2, 5)$.

